



**GUÍA DE AUTOAPRENDIZAJE**  
**PROBABILIDADES – PRIMERO MEDIO**

**1. Conceptos básicos**

- **Experimento determinístico:** es aquel que no depende del azar y cuyo resultado puede predecirse, siempre que el experimento se realice bajo las mismas condiciones.
- **Experimento aleatorio:** es un experimento cuyo resultado no se puede predecir, pues es éste es incierto.
- **Espacio muestral ( $\Omega$ ):** el espacio muestral de un experimento aleatorio es el conjunto formado por todos los posibles resultados del experimento.
- **Suceso o evento:** es un subconjunto del espacio muestral del experimento y puede ser *simple* o *elemental* cuando tiene un solo elemento de  $\Omega$ , *compuesto* cuando tiene dos o más elementos de  $\Omega$ , *seguro* o *cierto* si contiene todos los elementos de  $\Omega$  o *imposible* si no contiene elementos de  $\Omega$ , es decir, es vacío.

**Ejemplos resueltos:**

1) Determina el espacio muestral del experimento “lanzar dos monedas”.

Como al lanzar una moneda solo es posible obtener cara o sello, el espacio muestral del experimento “lanzar dos monedas” es:

$$\Omega = \{\text{cara – cara, cara – sello, sello – cara, sello – sello}\}$$

**-Un dado está cargado cuando ha sido alterado para obtener un determinado resultado.**

**-La cardinalidad # de un conjunto corresponde a la cantidad de elementos que este tiene.**

2) Identifica en cada caso el espacio muestral del experimento aleatorio, su cardinalidad y el suceso asociado.

a. Obtener un número par de puntos al lanzar un dado de ocho caras no cargado.

Experimento:	<i>lanzar un dado de ocho caras cargado</i>
Espacio muestral:	$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
Cardinalidad del espacio muestral: (#)	$\#\Omega = 8$
Suceso:	<i>obtener un número par de puntos</i>

b. Patear una pelota hacia el arco en un partido de fútbol y hacer un gol.

Experimento:	<i>patear una pelota de fútbol hacia el arco</i>
Espacio muestral:	$\Omega = \{\text{hace el gol, no hace el gol}\}$
Cardinalidad del espacio muestral: (#)	$\#\Omega = 2$
Suceso:	<i>Hacer un gol</i>

**-La probabilidad es el grado de certeza que se tiene respecto de la ocurrencia de un suceso.**

**2. Regla de Laplace**

En un experimento aleatorio, la probabilidad de ocurrencia de un suceso cualquiera puede calcularse mediante la regla de Laplace como el cociente entre el número de casos favorables y el número de casos posibles:

$$P(A) = \frac{\#A}{\#B} = \frac{\text{Números de casos favorables}}{\text{Número de casos posibles}}; \text{ con } 0 \leq P(A) \leq 1$$

**Observaciones:**

- i) La regla de Laplace solo se puede aplicar si  $\Omega$  está compuesto por un número finito de sucesos elementales y todos ellos son **equiprobables** (tienen la misma probabilidad de ocurrencia).
- ii) Si  $A$  es un suceso seguro, entonces  $P(A) = P(\Omega) = 1$ , y si es un suceso imposible, entonces  $P(A) = 0$ .



Colegio Santa María de Maipú  
Departamento de Matemática y Física.

**Ejemplos resueltos:**

3) Considere el experimento “extraer una bolita al azar de una urna que contiene dos bolitas negras, tres rojas y cinco amarillas”.

a. ¿Cuál es el espacio muestral de este experimento?

Como el espacio muestral  $\Omega$  está compuesto por los posibles resultados del experimento aleatorio, se tiene que

$$\Omega = \{N_1, N_2, R_1, R_2, R_3, A_1, A_2, A_3, A_4, A_5\}$$

Donde  $N_1$  y  $N_2$  son las bolitas negras,  $R_1, R_2$  y  $R_3$  son las bolitas rojas y  $A_1, A_2, A_3, A_4$  y  $A_5$  son las bolitas amarillas.

b. ¿Cuál es la probabilidad de los sucesos  $A$ : *extraer una bolita roja*,  $B$ : *extraer una bolita negra* y  $C$ : *extraer una bolita amarilla*?

Como  $\#\Omega = 10$  (finito) y los sucesos (simples) del espacio muestral son equiprobables, es posible aplicar la regla de Laplace para calcular la probabilidad de un suceso. Así, se obtiene

Suceso	Casos favorables	Casos posibles	Probabilidad
$A$	3	10	$\frac{3}{10} = 0,3$
$B$	2	10	$\frac{2}{10} = 0,2$
$C$	5	10	$\frac{5}{10} = 0,5$

Note que los sucesos  $A, B$  y  $C$  no son equiprobables, ya que sus probabilidades de ocurrencia son distintas.

c. ¿Cuál es la probabilidad del suceso  $D$ : *extraer una bolita roja o amarilla*?

Como  $\#\Omega = 10$  y hay ocho bolitas entre rojas y amarillas, se tiene que  $\#D = 8$ . Así, se tiene  $P(D) = \frac{8}{10} = 0,8$ .

d. ¿Cuál es la probabilidad del suceso  $E$ : *extraer una bolita roja, negra o amarilla*?

$E$  es un suceso seguro ya que al extraer una bolita esta puede ser roja, negra o amarilla, luego  $P(E) = 1$ .

e. ¿Cuál es la probabilidad del suceso  $F$ : *extraer una bolita verde*?

$F$  es un suceso imposible ya que en la urna no hay bolitas verdes, luego  $P(F) = 0$ .

**Ejercicios propuestos:**

1) En el experimento aleatorio “extraer una carta al azar de una baraja inglesa de naipes”, calcula la probabilidad de que ocurra cada suceso.

- a)  $A$ : *extraer el siete de diamantes.*
- b)  $B$ : *extraer un rey.*
- c)  $C$ : *extraer una carta numerada con un valor menor que seis.*
- d)  $D$ : *extraer una carta numerada con un cinco o un siete.*
- e)  $E$ : *extraer una carta cuya pinta es de corazón o trébol.*
- f)  $F$ : *extraer una carta cuya pinta es de basto.*
- g)  $G$ : *extraer una carta cuya pinta es de corazón, pica, trébol o diamante.*

$P(A) =$	$P(B) =$
$P(C) =$	$P(D) =$
$P(E) =$	$P(F) =$
$P(G) =$	

2) Al lanzar una moneda, ¿es más probable que se obtenga una cara que un sello? Justifica.

---



---



Colegio Santa María de Maipú  
Departamento de Matemática y Física.

**Ejercitación:**

1) Se tienen seis ampollitas, de las cuales dos presentan problemas. Si se escoge una de estas seis ampollitas al azar, ¿cuál es la probabilidad de que presente problemas?

- A) 0            B)  $\frac{1}{4}$             C)  $\frac{1}{3}$             D)  $\frac{1}{2}$             E) 1

2) En un grupo de ocho amigos, una mujer y dos hombres usan anteojos. Si se escoge uno de los ocho amigos al azar, ¿cuál es la probabilidad de que no use anteojos?

- A)  $\frac{1}{8}$             B)  $\frac{1}{4}$             C)  $\frac{3}{8}$             D)  $\frac{5}{8}$             E)  $\frac{7}{8}$

3) En el experimento aleatorio “lanzar dos dados de seis caras no cargados”, la probabilidad de que la suma de los puntos, entre ambos dados, sea es:

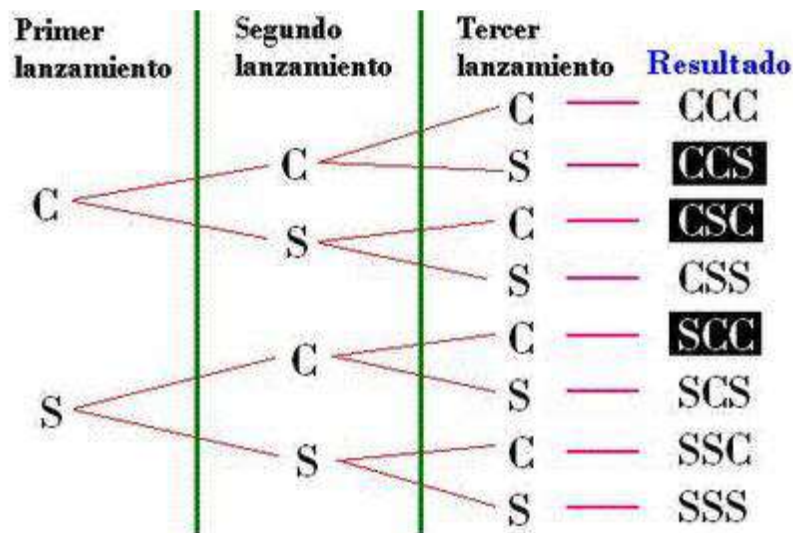
- A) 0            B)  $\frac{4}{36}$             C)  $\frac{5}{36}$             D)  $\frac{6}{36}$             E) 1

**3. Diagrama de árbol**

Un diagrama de árbol es una representación gráfica que permite organizar información; por ejemplo, en problemas de conteo y probabilidad. Es útil para determinar los posibles resultados de un experimento aleatorio y calcular sus probabilidades.

**Ejemplos resueltos:**

4) Construye un diagrama de árbol para determinar la probabilidad de que al lanzar tres monedas simultáneamente, se obtengan dos caras (C) y un sello (S).



Al usar un diagrama de árbol, es posible observar que se obtiene el mismo resultado que al aplicar la regla de Laplace. En ambos casos, se tiene que la probabilidad de que ocurra *A* obtener dos sellos y una cara es:

$$P(A) = \frac{3}{8}$$

**Ejercicios propuestos:**

3) Se extraen dos bolitas de una urna que contiene dos bolitas verdes numeradas con el 1 y el 2 y tres bolitas azules numeradas del 1 al 3.

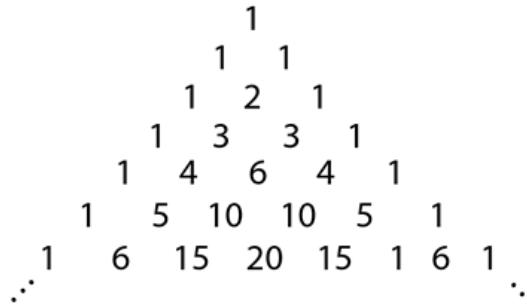
- a. Construye un diagrama de árbol que represente la situación.
- b. ¿Cuál es la probabilidad de que ambas sean de color azul?
- c. ¿Cuál es la probabilidad de que una de las bolitas extraídas sea de color azul y esté numerada por un dos?
- d. ¿Cuál es la probabilidad de que ambas estén numeradas por un uno?
- e. ¿Cuál es la probabilidad de que al menos una de las bolitas extraídas esté numerada por un dos?
- f. ¿Cuál es la probabilidad de que ambas sean de color verde?
- g. ¿Cuál es la probabilidad de que al menos una de las bolitas extraídas sea de color verde o esté numerada por un dos?
- h. ¿Cuál es la probabilidad de que ambas estén numeradas por un valor impar?
- i. ¿Cuál es la probabilidad de que ambas sean de color azul o al menos una esté numerada por un valor impar?



Colegio Santa María de Maipú  
Departamento de Matemática y Física.

#### 4. Triángulo de Pascal

En el cálculo de probabilidades, el **triángulo de Pascal** solo se utiliza en el caso de experimentos aleatorios con dos resultados equiprobables. Si este experimento se realiza  $n$  veces, el número de casos posibles se puede calcular sumando los valores de la  $n$  – ésima fila del triángulo de Pascal, y el número de casos favorables asociados a cierta cantidad  $k$  ( $0 \leq k \leq n$ ) de uno de los resultados del experimento está dado por el valor numérico que ocupa la posición  $k + 1$  en la  $n$  – ésima fila.



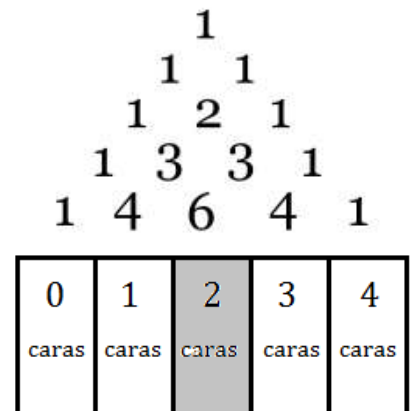
#### Ejemplos resueltos:

5) Calcula la probabilidad de obtener exactamente dos caras al lanzar cuatro monedas.

En este caso,  $n = 4$  (se lanzan cuatro monedas o también podría considerarse como si se lanzara cuatro veces una moneda) y  $k = 2$  (corresponde al número de caras pedidas).

Así, utilizando el triángulo de Pascal, la cantidad de casos posibles es 16, que se obtiene al sumar los valores de la cuarta fila ( $1 + 4 + 6 + 4 + 1$ ); mientras que el número de casos favorables es 6, que corresponde al valor que ocupa la posición  $2 + 1 = 3$  en la cuarta fila.

Por lo tanto, la probabilidad de obtener exactamente dos caras al lanzar cuatro monedas es  $\frac{6}{16} = \frac{3}{8}$ .



#### Ejercitación:

4) ¿Cuál es la probabilidad de obtener exactamente 4 caras al lanzar una moneda 6 veces?

- A)  $\frac{1}{16}$       B)  $\frac{3}{32}$       C)  $\frac{15}{64}$       D)  $\frac{5}{16}$       E)  $\frac{2}{3}$

5) ¿Cuál es la probabilidad de obtener a lo más 2 caras al lanzar 3 monedas simultáneamente?

- A)  $\frac{1}{8}$       B)  $\frac{3}{8}$       C)  $\frac{1}{2}$       D)  $\frac{3}{4}$       E)  $\frac{7}{8}$

6) En una prueba hay cinco preguntas de verdadero y falso. ¿Cuál es la probabilidad de que todas sean verdaderas?

- A)  $\frac{1}{5^5}$       B)  $\frac{1}{32}$       C)  $\frac{5}{32}$       D)  $\frac{1}{5}$       E)  $\frac{5}{16}$

7) Suponiendo que la probabilidad de que una pareja tenga un hijo o una hija es la misma. ¿Cuál es la probabilidad de que tenga exactamente dos hijos y dos hijas?

- A)  $\frac{1}{16}$       B)  $\frac{1}{4}$       C)  $\frac{3}{8}$       D)  $\frac{1}{2}$       E)  $\frac{5}{8}$